Se le linee del sistema p_2 = cost. sono geodetiche, si ha -z--*- — °>
e quindi

r ^o

Óra il secondo membro di quest'equazione non è [eq. (52')] che la curvatura geodetica della linea p_x = cost. Abbiamo dunque il seguente teorema *):

Sia . . . $a_t a a^r$ . . . una curva qualunque, tracciata sopra una superficie. Da ciascun punto ài essa si facciano partire le lime geodetiche ortogonali . .. $a_l b_l$^ ab, a'b', . . . e si faccia passare pel punto (a) una lima a tangenti coniugate con queste linee geodetiche. Il punto C, in cui la tangente in (cT) alla geodetica ab è. incontrata dalla tangente alla geodetica infinitamente vicina nel punto (a') *comune a questa ed alla linea coniugata* . . . otj *a* a' . . . , *è il centro della curvatura geodetica della lincei ... a^a' ... nel punto* (a).

(Quando la superficie è piana, le geodetiche ortogonali diventano le rette normali alla curva . . . #T ##' . . . , ed il teorema precedente si converte in quello notissimo relativo al centro dell'ordinaria curvatura).

Supponendo b_l = i, ciò che è lecito nelle ipotesi ammesse, si ha semplicemente

L'espressione della curvatura geodetica è una funzione delle h_{l9} h_2 e delle loro derivate rapporto a p_{13} p_2. Essa è dunque una quantità che non viene alterata da o-gni flessione della superficie alla quale essa si riferisce. È questa una delle ragioni che ne rendono importantissima la considerazione.

XIX.

I risultati dell'articolo precedente conducono molto spontaneamente alla dimostrazione dei teoremi del sig. WEINGARTEN, cui abbiamo già fatto allusione alla fine dell'art. VI.

Consideriamo infatti una superficie qualunque (S), ed il luogo (2) dei suoi centri, relativi ad uno dei sistemi di linee di curvatura. Sia (L) una linea di curvatura dell'altro sistema ed M, M^f due punti contigui di questa linea. Le normali in questi punti alla superficie (5) si incontrano in un punto C, centro di curvatura della se-

*) Il lettore è pregato di fare la figura, che gioverà anche all'intelligenza dell'articolo seguente.